

Об оформлении математического исследования младшими школьниками в РО

При выполнении самостоятельных исследований, написании творческих работ школьниками важно не только открыть, но и грамотно изложить свой опыт решения исследовательской задачи.

Это оформление связано с определенными трудностями, в первую очередь с отсутствием культурных норм оформления поисковой деятельности в математике. Заметим, что в научном сообществе математиков приняты лишь нормы оформления результата исследования в виде системы определений, теорем, аксиом, но не процесса поиска результата.

Итогом творческих поисков решения исследовательских задач школьниками должно стать нормативное решение, то есть ответ на вопрос: «Как должна решаться задача?». Но, согласно Г.А.Баллу [1], нельзя говорить о способе решения задачи без учета характеристик «решателя». Г.А.Балл выделяет два типа решателей: реальный и идеализированный. Процесс решения исследовательской задачи реальным решателем зависит от личностных характеристик решателя и представляет собой поиск решения (чаще всего методом «проб и ошибок»). В исследовательской деятельности реального решателя-ученика можно выделить следующий цикл:

- подбор материала для эмпирического исследования;
- формулирование подзадачи;
- наблюдение, выделение закономерности;
- формулирование гипотезы или утверждения в форме: «Если то ...».
- проверка этой гипотезы (если гипотеза подтверждается, то необходимо доказательство, затем выливающееся в формулировку теоремы и оформление результата исследования; если гипотеза опровергнута, то вновь необходимо наблюдение);

- поиск примеров применения «новой» теоремы (является обязательным моментом исследования, важным для самих детей).

Нормативное решение не зависит от свойств отдельных индивидов, оно определено только по отношению к идеализированному решателю и является логически построенным рассуждением. За норму оформления результата исследования можно принять нормативное решение идеализированного решателя.

Следует отличать нормативное решение от изложения результатов исследования. Первое включает в себя не только теорему, являющуюся ответом исследовательской задачи, но и материал, подзадачу и закономерности, приведшие к этой теореме.

В красноярской варианте развивающего обучения местом, где происходит работа с оформлением математического исследования младшими школьниками является сопровождающий курс математики (СКМ). Это возрастно-ориентированный курс, направленный на построение учащимися средств работы с собственным опытом математической деятельности [2. 3]. Согласно замыслу проектировщиков сопровождающего курса, ученики 6-го класса РО на уроках математики и клубе должны получать опыт решения исследовательской задачи, который, впоследствии, оформляется на СКМ.

Как правило, материал для оформления математического исследования отсутствует (учащиеся не могут в прошлом опыте выделить решение задач на исследование), т.к. при внедрении РО в массовую школу часто не соблюдается полнота структуры «учебно-образовательного пространства» (урок математики, факультатив, математический клуб, СКМ) [3], и преподаватели только осваивают программу. Один из вариантов выхода из этой ситуации - включение в содержание сопровождающего курса самого процесса исследования, тогда работа с исследовательской задачей на СКМ будет происходить в три этапа:

- оформление понятия задачи;
- решение задач на исследование;
- оформление математического исследования.

Опыт работы с исследовательской задачей предложенным выше способом имел место в лицее № 1 г. Красноярска. Ученикам 6-го класса были предложены две исследовательские задачи. Их решения состояли в построении серий гипотез, которые доказывались или опровергались. Затем предполагалось определить принадлежность этих исследовательских задач к классу задач и сформулировать определение исследовательской задачи как задачи, решением которой является исследование, а ответом доказанная теорема.

На этапе оформления математических исследований сравнивались решения двух исследовательских задач и выделялись «кирпичики», из которых складывался процесс исследования. В заключении, идеализируя решателя (обсуждая как должна решаться задача), выстраивались нормы оформления решения исследовательской задачи.

В качестве примера приведем формулировки двух задач, которые предлагались для решения ученикам 6-го класса:

1. Найти пифагоровы тройки (натуральные числа a , b , c , такие что $a^2 + b^2 = c^2$).
2. При каких условиях следующее утверждение выполняется: «Если из числа, сумма цифр которого равна 45, вычесть число, сумма цифр которого равна 45, то получится число с суммой цифр 45».

В процессе решения первой задачи у детей появлялись гипотезы:

- 1) не существует таких натуральных чисел a , b , c , что $a^2 + b^2 = c^2$
- 2) если каждое число пифагоровой тройки (3,4,5) домножить на одно и то же (необязательно натуральное) число, то получится верное равенство;
- 3) если $a^2 = b - c$ и $c - b = 1$, где a , b , c – натуральные числа, то равенство $a^2 + b^2 = c^2$ верно.

Очевидно, что первую гипотезу опровергает контрпример - тройка (3,4,5), а на основе второй и третьей гипотез сформулирована теорема: «Если a нечетное натуральное число, то b и c можно найти по формулам: $b = (a^2 - 1)/2$, $c = b + 1$, где b , c – натуральные числа и $a^2 + b^2 = c^2$. Новую пифагорову тройку можно получить домножением каждого числа исходной тройки на одно и то же число».

Оформление решения исследовательской задачи включило в себя:

- тройки чисел, необходимые для выявления закономерностей второй и третьей гипотез;
- описание этих закономерностей;
- формулировки гипотез 2 (для общего случая) и 3 с доказательством;
- формулировку теоремы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Балл Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект. - М: Педагогика, 1990.
2. Яковлева О.В. Построение учебно-образовательного пространства как условия математического образования в 6-м классе.// Педагогика развития: Возрастная динамика и ступени образования. Материалы 4-й научно-практической конференции. Часть 2. Сообщения на круглых столах. - Красноярск: КГУ, ИЗО СОРАО, 1997.
3. Белоконь О.И. К проектированию «Сопровождающего курса математики». // Педагогический ежегодник: сб. научных работ. - Красноярск: У ПЦ «ИНОПРОФ», 1996.