

Возможности знакового опосредствования с помощью управляющей модели в разных возрастах

(у детей младшего школьного, подросткового и юношеского возраста)

Моделирование в учебной деятельности является центральным действием, обеспечивающим процесс формирования теоретического мышления. В учебной деятельности модели различаются по виду и функциям. С.Ф.Горбов и Е.В.Чудинова выделяют четыре функции моделей, которые возникают и изменяются от младшего школьного к подростковому возрасту (1). В системе развивающего обучения в начальной школе общий способ действия не дается детям в готовом виде, а строится и описывается с помощью разных знаковых средств самими детьми. Суть моделирования в начальной школе – это создание моделей, фиксирующей выделенные отношения между объектами. Если подростковую школу выстраивать с ориентацией на логику возрастного развития¹, то должно измениться содержание обучения и функция моделей.

В своей работе о содержании обучения в подростковой школе Б.Д.Эльконин, А.Б.Воронцов пишут о возникновении особой функции модели – управляющей: «Управляющая модель – это такая модель, работа с которой управляет процессами изменений (преобразований, движений, становлений) объектов. То есть модель, на которой задается и выстраивается возможная динамика объектов (и ее границы), а не отображаются отношения характеристик объекта или ситуации, взятых «вещно» и статично» (3). Модель, особенно в предметах естественнонаучного цикла средней школы, имеет овеществленную форму, которая позволяет наиболее полно задать процесс изменения, становления понятия.

В программе развивающего обучения по математике существует значительный резерв, связанный с переходом от понимания величины как свойства вещи к пониманию величины как отношения действий. В программе по математике (система Д.Б.Эльконина-В.В.Давыдова) существует большой вводный раздел по введению учащихся в область отношения величин. В ходе решения задач на сравнение учащиеся выделяют параметры объектов, которые в совокупности образуют понятие о величине как свойстве объекта. Основу представлений учащихся о таких свойствах предметов, как протяженность (длина, высота, ширина), площадь, объем, масса, количество составляют практические действия - уравнивание, комплектование, сравнение.

Исследования Б.Д.Эльконина показали, что при таком подходе у большинства учащихся сохраняется отношение к величине как свойству вещи, а само отношение между величинами (разница) также выступает как натуральный объект (4). Центральным моментом в определении знаковой характеристики понятия величины, считает Б.Д.Эльконин, является не отдельное

¹ Образовательное пространство есть пространство удовлетворения основной потребности подростка – потребности в самоидентификации (2).

действие, а их отношение, когда сравнение объектов должно предполагать и выражаться через их преобразование и, наоборот, изменение вещи требует сравнения ее состояний как отдельных вещей. Таким образом, отношение действий есть содержание математического понятия «величина».

Мы полагаем, что двойственный характер понятия величины как отношения между двумя действиями (сравнения и преобразования) требует адекватного типа моделирования – *управляющей модели*.

Управляющая модель необходима для действий с преобразованиями, с изменениями. Для действий с объектами не нужно ни управление, ни его специфические средства. Управляющее действие в отличие от преобразующего имеет другую предметность, когда процессы и преобразования становятся особыми объектами воздействия.

Нас интересовал вопрос об изучении возможностей *знакового опосредствования понятия величины с помощью управляющей модели*.

В экспериментальной работе мы выделили два ряда процессов. Первый процесс - это преобразование вещей - увеличение или уменьшение длины или площади объектов. Второй процесс – это преобразование отношений между величинами, изменение разницы между объектами. Управляющая модель вводится нами как средство координации двух процессов.

Цель экспериментального исследования - изучить возможности знакового опосредствования понятия величины с помощью управляющей модели у детей младшего школьного, подросткового и юношеского возрастов.

Управляющая модель была сконструирована в виде динамической схемы (два круга с движущимися фишками), где на внешнем круге задавался первый процесс и движение фишки по кругу обозначало изменение длины реальных объектов (полосок, кружков), а на внутреннем круге - второй процесс, и движение фишки обозначало изменение отношения между длинами объектов (рис.1).

Координацию этих двух процессов с помощью действий с фишками на верхнем и нижнем круге мы ввели для того, чтобы увидеть, понимает ли ученик, что действуя с величиной прямо, он одновременно действует и с отношением величин. Экспериментальная методика была сконструирована для изучения того, как ученик удерживает связи – видит ли за изменением длин полосок изменение разницы, а при изменении разницы может показать изменение реальных величин.

С одной стороны, такая способность (по соотнесению двух типов действий) является характеристикой сформированности математического понятия величины. С другой стороны, действия посредством управляющей модели есть содержание действия моделирование и условие возникновения ситуации мышления.

Предполагалось, что те учащиеся, которые удерживают связь, координируют два процесса, то для них и возникает круг возможных заданий, открывается пространство возможностей своего действия.

Гипотезы исследования:

1. Управляющая модель в виде динамической схемы позволяет удерживать связь между двумя процессами изменений. Действие с отношением есть единица управления процессами изменений.
2. Управляющая модель как средство действия *может стать* инструментом опробования границ возможной динамики объектов.

Методика

В основу экспериментальной методики были положены два вида знаковых средств: **управляющая модель** в виде динамической схемы, работа с которой имеет функцию управления действием, и **«бессмысленные слова»**, с помощью которых вводилось различие между действиями по преобразованию объектов и действиями по преобразованию отношения (разницы) между объектами.

В основу экспериментальной методики были положены следующие принципы:

- 1) принцип модельного опосредствования (управляющая модель выступила средством соорганизации двух процессов); 2) принцип формирования искусственных понятий; 3) принцип обратимости знаковой операции.

Эксперимент состоял из трех этапов и включал три группы задач: 1) на понимание значения действия преобразования объектов и преобразования отношения (разницы) между объектами; 2) на конструирование значения действия преобразования объектов и преобразования отношения (разницы) между объектами; 3) на соотнесение двух видов действий: по преобразованию объектов и по преобразованию разницы между объектами в модельном и предметном планах.

Задача на понимание и конструирование значения действия решалась на первом и втором этапах эксперимента.

Первый этап – понимание и конструирование значения действия по увеличению и уменьшению длины и площади объектов (полосок, кружков). В заданиях *на понимание значения* действия детям предлагалось показать специфику серии (увеличение, уменьшение или неравномерное изменение полосок, кружков) на «необычном» круге с помощью движущейся по нему фишки.

В заданиях *на конструирование значения* действия экспериментатор показывал специфику серии на круге с помощью фишки, затем менял положение фишки и предлагал ребенку продолжить серию предметов в связи с измененным положением фишки.

Перед проведением второго этапа экспериментатор говорил: «Мы показывали с тобой изменение с помощью фишки «сэйм», а теперь мы будем работать с другой фишкой - «дифэ», которая показывает какое-то другое изменение». С помощью слов вводилось различие между

действиями и ребенок должен был открыть значение действия с отношением и сказать, что обозначают слова «сэйм» и «дифэ».

Второй этап эксперимента - *понимание и конструирование отношения* между величинами. В отличие от первого этапа предметом рассмотрения учащихся становились не сами объекты (плоски, кружки или вода), а отношение, разница между величинами. Провокации состояли в следующем, например, если сам предмет - полоска увеличивается, то разница между его последовательными длинами уменьшается. Ребенку предлагалось показать это изменение на втором, меньшем по диаметру, круге с помощью другой фишки.

На **третьем этапе** эксперимента ребенок должен был опробовать динамическую схему в функции управления. Динамическая схема была представлена в виде двух кругов с фишками.

В одних заданиях экспериментатор выстраивал серию объектов (увеличение длины полоски), изменял ее и предлагал ребенку показать преобразование с помощью двух фишек «сэйм» и «дифэ». В других заданиях, действуя в модельном плане, экспериментатор задавал определенное положение фишек, а ребенок должен был подобрать соответствующие объекты. Затем экспериментатор изменял положение фишек: «Если фишка «сэйм» перейдет сюда (сдвигает ее по часовой стрелки), а фишка «дифэ» теперь будет здесь (сдвигает ее против часовой стрелки), то как теперь изменится длина полосок». Подобное задание предлагалось выполнить как с длинами полосок, так и с площадью кружков.

Также в заданиях третьего этапа эксперимента экспериментатор просил ребенка самостоятельно придумать задание, «загадать задания с помощью фишек». Важно было увидеть, может ли ребенок, задавая положение фишек, сам мысленно предвосхитить заданные им преобразования (присутствует ли внутренний план действий заданных преобразований). В качестве провокации экспериментатор умышленно подбирал неправильные кружки или полоски по отношению к заданной ребенком на модели динамике объектов. Такой способ ответного действия экспериментатора помогал определить наличие или отсутствие у ребенка мысленного представления расположения объектов, которое соответствует положению фишек на модели.

В литературе высокий уровень способности действовать «в уме» выделяется как показатель теоретического способа решения задач. Так, В.В. Давыдов отмечает большую зависимость успехов ребенка от уровня сформированности у него внутреннего плана действий, так как успех здесь прямо связан с тем, как много шагов своих действий может предусмотреть ребенок в ходе решения задач.

В таком типе заданий, предложении самостоятельно «задать преобразование объекта», происходит опробование и достраивание своего понимания. В.В. Репкин, рассматривая становление целеобразования в учебной деятельности, обнаружил, что фиксируемая в моделях система понятий впоследствии может сформировать новый пласт целей, переводя действие ребенка из практического в собственно исследовательское. В этом смысле ребенок обретает саму

способность моделировать нечто (1). Управляющая модель как средство действия *может стать* инструментом опробования границ возможной динамики объектов.

Если учащийся не справлялся с заданиями третьего этапа, то с ним был проведен формирующий эксперимент.

Формирующий эксперимент проходил в коллективно-распределенной форме, когда двое детей работали в паре. Один ребенок показывал действие на динамической схеме, а другой изображал его на полосках, работал в предметном плане.

Совместное действие в данном случае представляло своего рода акт коммуникации, где один ребенок выступал в роли задающего преобразование (с помощью фишек на управляющей модели или в предметном плане), второй в роли понимающего и выстраивающего адекватное действие (соответственно, в предметном плане или на модели), и наоборот.

Мы наблюдали случаи, когда один ребенок предвосхищал действия другого в каком-то из планов. Феноменально это выглядело как поправка действий другого: «ты не те кружки подбираешь, такие не подойдут, вот эти нужно».

Успешность формирующего эксперимента проверялась с помощью заданий пост-теста, который помимо заданий пре-теста (задания третьего этапа) включал задания с другим видом величины – площадью.

Ход и результаты эксперимента

В эксперименте приняли участие 28 человек, из них десять учащихся четвертого класса, и по девять учащихся седьмого и одиннадцатого классов соответственно.

Эксперимент состоял из трех основных этапов. В соответствии с задачами работы рассмотрим сравнительную характеристику результатов выполнения заданий у детей младшего школьного, подросткового и юношеского возраста.

Таблица 1 Сравнительная таблица результатов выполнения задания детьми младшего школьного, подросткового и юношеского возраста

	4 класс (9 человек)		7 класс (8 человек)		11 класс (8 человек)	
1 этап: понимание (замещение преобразования объекта), конструирование						
	Справл.	Не справл.	Справл.	Не справл.	Справл.	Не справл.
Понимание	9	1	9	-	8	-
Констр-ие	8	2	9	-	8	-
2 этап: открытие разницы, моделирование (3 задания), конструирование						
Откр. р.	3 сам-но, 4чел. с П1 2 чел. с П 2	-	3 сам-но, 6 чел. с П 1	-	2 сам-но 1 с П 1 1 с П 2	5
Моделир-ие	10	-	9	-	8	1
Констр-ие	9	1	9	-	9	-

3 этап: моделирование изменения полоски и разницы между полосками – прямая задача, подбор полосок в связи с измененным положением фишек на модели – обратная задача; самостоятельное построение задания (материал изменений – длина и площадь).						
Прямая задача	9	1	9	-	9	-
Обр. задача	8	2	9	-	8	1
Самост.	8	-	9	-	9	-
Формирование (проводилось с двумя четвероклассниками)						
Пост-тест (справились со всеми заданиями пост-теста, и самост. заданием).						

В таблице приняты следующие обозначения: П 1 – помощь один – сравнение двух рядов;
П 2 – помощь два – показ действием.

Результаты *первого этапа* эксперимента позволяют сказать, что понимание и конструирование значения действия преобразования объектов (полосок) не вызвало трудностей у детей.

Понимание значения действия равномерного увеличения, уменьшения длины полосок чаще всего (24 чел.) замещалось равномерным сдвигом фишки по кругу

Другой способ замещения преобразования полоски (Игорь Х.) состоял в том, что ребенок вкладывал каждую полоску в круг, добиваясь «как можно более точно показать» сдвиг фишки. На предложение экспериментатора условно выразить увеличение полоски, ребенок не мог «так показать» («ведь не понятно насколько сдвигается фишка!»). Мы видим, что происходило натуральное замещение длины полоски, когда ребенок длину полоски отождествлял с длиной круга.

Один случай понимания значения действия преобразования величины у одиннадцатиклассницы был аналогичен случаю поведения у четвероклассницы.

Эксп.: вот смотри, у нас есть полоска, которая как резинка, сначала была такая, потом такая и такая (показывает серии увеличивающихся по длине полосок). И есть круг с фишкой, который как-то показывает изменение полоски. Покажи с помощью фишки изменение этой полоски.

Исп. (Катя Д. 11 кл.): допустим, прикладывает полоску, мы будем ее растягивать с помощью этой фишки. Получается, что это диаметр (самая большая полоска), и полосочка двигается от этой точки, и как раз бы растянулась до этого диаметра.

Эксп.: а если я длиннее полоску возьму?

Исп.: Если полоска будет длиннее? Значит, как-то не так работает!

Из этого примера протокола видно, что решение задания происходило посредством **акта коммуникации** между испытуемым и экспериментатором, когда ребенок выполнял последовательность таких интеллектуальных процессов как **понимание** задания (выражающееся в определенном способе действия), спровоцированная вопросом экспериментатора **рефлексия** своего способа действия и **мышление** – построение в ответ на вопрос значимого текста.

За прикладыванием полоски стоит не отождествление ее длины с длиной окружности (как в случае с Игорем Х.), а преобразование самой длины полоски.

Понимание значения действия равномерного увеличения/уменьшения предмета дети замещали ритмичными движениями фишки (вперед – назад - вперед). Неравномерное изменение замещалось адекватным заданию движением фишки.

Свидетельством **конструирования** значения действия равномерного и неравномерного изменения полоски стал правильный подбор полосок в соответствии с новым положением фишки. Причем на вопрос экспериментатора, почему подобрал именно эту полоску в случае с неравномерным увеличением, уменьшением, большинство детей обосновывали свой выбор новым положением фишки на модели: «Фишка сдвинулась настолько, если бы она сдвинулась дальше (меньше), то другую бы полоску подобрал».

Только один четвероклассник не справился одновременно с заданиями на понимание и конструирование значения действия преобразования объектов, а одна четвероклассница с заданиями на конструирование значения действия.

На **втором этапе** эксперимента, вводилось значение действия преобразования отношения между объектами. Дети должны были выделить в ряду полосок какое-то другое изменение и показать его с помощью другой фишки.

Ориентирами в поиске значения действия с предметами и их отношением стали бессмысленные слова, где «сэйм» обозначало действие преобразования объектов, а слово дифэ – действие преобразования отношения (разницы) между предметами.

В большинстве случаев дети затруднялись выделить «какое-то другое» изменение. Они предполагали, что фишка «дифэ» показывает «тоже, только диаметр круга меньше», «может такое же, одно и тоже может быть, круг поменьше только», «показывает тоже, только наоборот, увеличение в одну сторону, а уменьшение в другую», «процесс убывания».

Когда экспериментатор просил показать преобразование с помощью фишки «дифэ», (связанное с увеличением отношения между предметами, но одновременным уменьшением самого предмета (полоски)), практически все ученики сдвигали фишку «дифэ» влево так, что каждая последующая дуга окружности была длиннее предыдущей (рис.1).

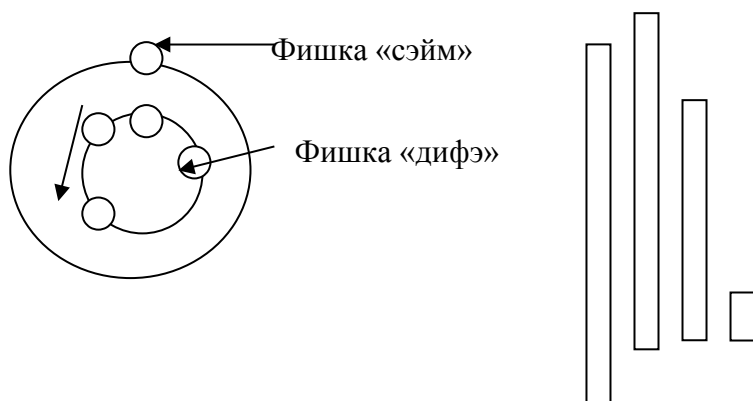


Рис.1 Динамическая схема с двумя кругами и движущимися фишками и ряд полосок

На вопрос экспериментатора, что показывает испытуемый, получен типичный ответ: «уменьшение полоски». Такой показ стал свидетельством того, что для человека «склеено» изменение объектов и отношения между объектами, одна фишка показывает одновременно изменение и объекта и разницы между объектами.

Экспериментатор в этом случае пытался разделить для ребенка изменение объектов и их отношения. Поэтому в качестве особого *методического приема* на этом этапе эксперимента стала

последовательность вопросов, задаваемых испытуемому: «Но ведь такое изменение и с помощью фишки «сэйм» можно показать? Чем тогда отличается фишка «дифэ»?».

После завершения работы с заданиями на понимание значения действия преобразования отношения (разницы) между объектами, экспериментатор спрашивал у ребенка: «Как ты думаешь, какое изменение показывает фишка «сэйм», а фишка «дифэ»?». Вот определения слов «сэйм» и «дифэ», полученные от детей:

«Сэйм» - увеличение-уменьшение полосок; равномерный процесс; про сами полосочки; это мы смотрим, какая больше, а какая меньше (4 класс); про длину отрезка; увеличение, уменьшение, рост полоски, про высоту целой полоски; как полоски меняются; про сами полоски; увеличение этих шкал (7 класс); показывает увеличение и уменьшение полоски; про длину полосок, про сами столбики, а не про отрезки, про изменение длины (11 класс)», **«Дифэ»** - сравнение; расстояние между полосками; неравномерный процесс, разница, разность; про изменение расстояния; насколько больше, меньше; про разницу между полосками, про уровень увеличения (4 класс); промежутки между полосками; расстояние от этой до этой, насколько резок спад, про разницу между полосками; насколько расстояние между полосками увеличилось, уменьшилось; про высоту промежутков (7 класс); какие промежутки показать тут можно, про разницу между длиной, про разницу столбиков, фишка дифэ – про изменение пропорции (11 класс)».

Здесь представлены два типа ответов: сведение значения слов «сэйм» и «дифэ» к равномерному, неравномерному изменению предмета; определение «сэйм» и «дифэ» как преобразования объектов и отношения (разницы) между их величинами.

Видно было, как учащиеся четвертого класса переосмыслили значения слов «сэйм» и «дифэ», не останавливаясь на их определении как равномерного и неравномерного процесса. Они соотносили прежний опыт (опыт по преобразованию величины объекта) и новый: «ведь и там неравномерно было», значит нет,... сэйм - про сами полоски, а дифэ – про расстояние между полосками».

Таким образом, введение бессмысленных слов выступило ориентиром в поиске значения действия. Например, дети младшего школьного возраста переосмыслили значения слов «прямо на ходу», а для некоторых 11-классников открытое ими значение одного «бессмысленного» слова стало ориентиром поиска значения второго.

Представляют интерес сравнительные данные второго этапа эксперимента. Самостоятельно открыли изменение разницы трое четвероклассников, трое семиклассников, двое учеников одиннадцатого класса. Остальным была оказана помощь. Такой вид помощи как сравнение двух рядов (П 1 (помощь один), где в одном ряду длина полоски увеличивалась, а разница не изменялась, а в другом ряду увеличивалась и длина полоски, и разница между полосками, оказался эффективным для четырех четвероклассников, шести семиклассников и одного одиннадцатиклассника. Существенно, что даже после показа экспериментатором увеличения разницы между полосками (П 2 – помощь два) и вопроса «Что я увеличиваю?» из оставшихся 11-

классников (6 человек) только один смог сказать, что фишка «дифэ» про увеличение отношения (разницы) (Табл.1). Таким образом, наименее успешными по отношению к результатам второго этапа эксперимента стали одиннадцатиклассники, для пятерых из восьми участников, экспериментатору пришлось открыть значение действия преобразования разницы между объектами.

После помощи экспериментатора в открытии значения второй фишки «дифэ» практически все дети справились с моделированием и конструированием значения действия преобразования отношения (разницы между полосками).

Конструирование значения действия преобразования отношения (разницы) между объектами не вызвало затруднений. Все дети адекватно условиям задания подбирали нужную полоску и аргументировали свой выбор: *в первом задании* - «разница увеличивается», «вот эта, вы показали большой промежуток»; *во втором задании* – «полоска увеличивается, а разница здесь уменьшается», «эта полоска подходит, т.к. было достаточно маленькое движение фишки».

С заданиями **третьего этапа** эксперимента не справилась только двое детей четвертого класса: Аня В. как с прямой, так и с обратной задачей, а Леня Е. только с обратной, не смог подобрать кружки в соответствии с заданной на модели динамикой объекта. С этими детьми был проведен формирующий эксперимент. Результаты пост-теста показали успешность формирования.

Это говорит о том, что формирующий эксперимент, проходивший в форме коллективно-распределенного действия двух детей, является необходимым этапом на пути к управлению соотношением двух процессов. В такого рода формировании достигается полнота знакового опосредствования (обратимость знаковой операции, когда один из детей действует в модельном, а другой в предметном плане, и наоборот).

На третьем этапе у большинства детей не было затруднений при выполнении заданий на координацию двух процессов, что является, с одной стороны, показателем наличия «ситуаций мышления» у детей разных возрастов, а, с другой стороны, позволяет сделать вывод о том, что большинство учащихся владеют математическим понятием «величина».

На третьем этапе эксперимента детям также предлагалось самим загадать задания на модели с помощью фишек. У большинства детей способ задания изменения не отличался оригинальностью. Из протоколов эксперимента видно, что у одной четвероклассницы, двух семиклассников и трех 11-классников присутствует опробование «разрешающей способности» модели как средства действия:

Эксп.: а теперь ты мне задай изменение на фишках!

Исп. (**Саша Р., 4 класс**): сейчас я сначала сама решу, возможно это или нет, а вам сразу говорить какие кружки?

Эксп.: нет, ты мне сразу не говори

Исп.: я хочу понять, если расстояние стало между ними, фишка «дифэ» совсем чуть-чуть, а фишка «сэйм» намного вперед. Тогда, наверное, придется два кружка менять. Потому что разница между ними чуть-чуть стала больше, а один из кружков вот на столько стал больше сам по себе размером.

Исп.: вот были такие, расстояние стало чуть-чуть больше, а один из них стал намного больше.

Эксп.: а если я вот так изменю, (неправильные кружки подбирает).

Исп.: расстояние такое же, оно должно чуть-чуть увеличиться. Как увеличить расстояние на чуть-чуть, а один из кружков очень намного увеличить?! Это возможно, только если два кружка поменять.

Эксп.: подбирает подходящие кружки (рис. 2)

Исп.: да, вот эти подходят, тогда фишка сэйм показывает сразу два кружка.



Рис. 2

Интересную задачу придумал Ильяс А., 7 класс, используя модель одновременно в качестве средства и предмета действия.

Эксп.: придумай мне задание.

Исп. (**Ильяс А.**): давайте, я придумал задачу, только я не про полоски! Фишка «сэйм» полный оборот делает за девять часов, а фишка «дифэ» за 4,5 часа полный оборот. Надо сделать так, что бы они были на одной прямой, за какое время они будут?

Эксп.: через какое время они будут на одной прямой?

Исп.: через сколько часов они встретятся на одной прямой?

Эксп.: вот так... (рис. 1).

Исп.: все правильно, через 4.5 часа.

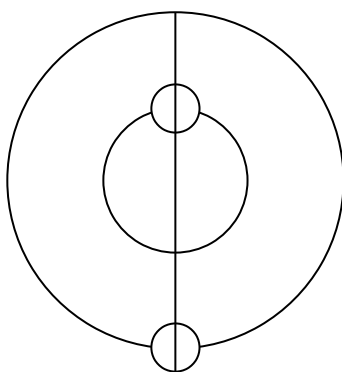


Рис. 1

У этих детей складывается способность ставить самому себе задачи, которые он уже может решать. Это значит, что **новый способ действия (управление отношением, координация двух процессов) становится «инструментом опробования новых горизонтов действия и мышления»** (2).

Таким образом, результаты исследования показали, что сконструированная нами управляющая модель в виде динамической схемы позволяет детям разных возрастов **управлять** процессами изменений, т.е. осуществлять **пробу моделирования**. Психологический эффект,

полученный в эксперименте, состоит в том, что ситуация мышления как координация двух процессов изменений представлена через управление действием с помощью динамической схемы.

Тот факт, что не получено значимых различий между детьми разных возрастов в умении соотносить два ряда преобразований, позволяет сделать предположение о том, что управление процессами изменений можно рассматривать как существенную характеристику теоретического мышления ребенка в разных возрастах.

Получены данные о том, что во всех возрастных группах были дети, которые использовали модель для постановки новых задач и исследовали с помощью динамической схемы возможности преобразования отношения между величинами и определяли границы изменений. И в этом состоит педагогический эффект, если с помощью управляющей модели выйти в зону ближайшего развития ребенка, то у детей увеличивается интерес и они начинают спонтанно работать со знаковым средством.

Разработанная и опробованная нами управляющая модель в виде динамической схемы является принципиально новой формой работы с математическим понятием «величина», что открывает новые перспективы в использовании динамических схем в обучении. В обучении, которое ориентировано на логику возрастного развития ребенка, должны учитываться детские интересы и вырабатываться новые способы управления действием и мышлением.

Литература:

1. Горбов С.Ф. Чудинова Е.В. Действие моделирования в учебной деятельности школьников // Психологическая наука и образование. 2000. № 2.
2. Поливанова К.Н. Проблемы мотивации учения. Возрастной аспект // Материалы 11-й научно-практической конференции «Педагогика развития: образовательные интересы и их субъекты». Красноярск, 2005.
3. Эльконин Б.Д., Воронцов А.Б., Высоцкая Е.В., Львовский В.А., Чудинова Е.В. Гипотеза о содержании обучения подростка в системе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова // Вопросы образования. 2001. № 2.
4. Эльконин Б.Д. Психологическое строение понятия величины // Вопросы психологии. 1986. № 1.
5. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении. М.: Издательство МГУ, 1989.
6. Щедровицкий Г.П. Мышление. Понимание. Рефлексия. М., 2005.
7. Эльконин Б.Д. Введение в психологию развития. М., 1994.
8. Островерх О.С. Образно-символическое опосредствование - новая стратегия формирования математических понятий // Материалы 7-й научно-практической конференции «Педагогика развития: соотношение учения и обучения». Красноярск, 2000.