

О некоторых логических возможностях первоклассников

В ноябре 1999 года на базе Красноярской Университетской гимназии № 1 в рамках лаборатории «Педагогического проектирования» (научный руководитель А. М. Аронов) была задумана и реализована проба. Идея заключалась в следующем: проверить, способны ли первоклассники делать выводы на основе формул, а не на основе практического действия.

За основу была взята задача установления транзитивности неравенства. Сама по себе она является совершенствованием способа сравнения, поскольку открывается возможность замены практического действия «выводным» знанием.

Приведем ход урока. Вызываются два ученика и сравниваются по росту, затем первый ученик садится и вызывается третий для второго сравнения. Параллельно учащиеся в тетрадях записывают формулы, выражающие результаты сравнений:

1. $A > B$ или $B < A$;
2. $C < B$ или $B > C$.

Учитель выносит на доску все возможные варианты записи результатов и оформляет в виде таблицы.

		А ? С (Уверен)	А ? С (Проба)
$A > B$	$C < B$		
$B < A$	$C < B$		
$A > B$	$B > C$		
$B < A$	$B > C$		
		1	2

Теперь учитель предлагает сделать вывод про отношение между величинами А и С, причем, если ученик уверен в своем ответе, то записывает его в

колонку 1, а если сомневается - в колонку 2. Каждый из учащихся имеет возможность записать свой вариант ответа.

Следующим шагом обсуждаются вопросы: «Как догадались, что нужно написать, какой знак поставить между А и С?» Были получены ответы:

- Не знаю.
- Посмотрел и увидел.
- Вася выше Пети, а Петя выше Коли, значит, Вася выше Коли (или Петя ниже Васи, а Коля еще ниже Пети, значит Коля ниже Васи).
- В меньше А, а С еще меньше В. значит С меньше А.

Поскольку в третьей строке таблицы разными учащимися были записаны верный и неверный варианты, учитель ставит вопрос: «Какой из ответов правильный, как доказать⁰» На неверном ответе дети не настаивали, а для верного предложили следующие обоснования:

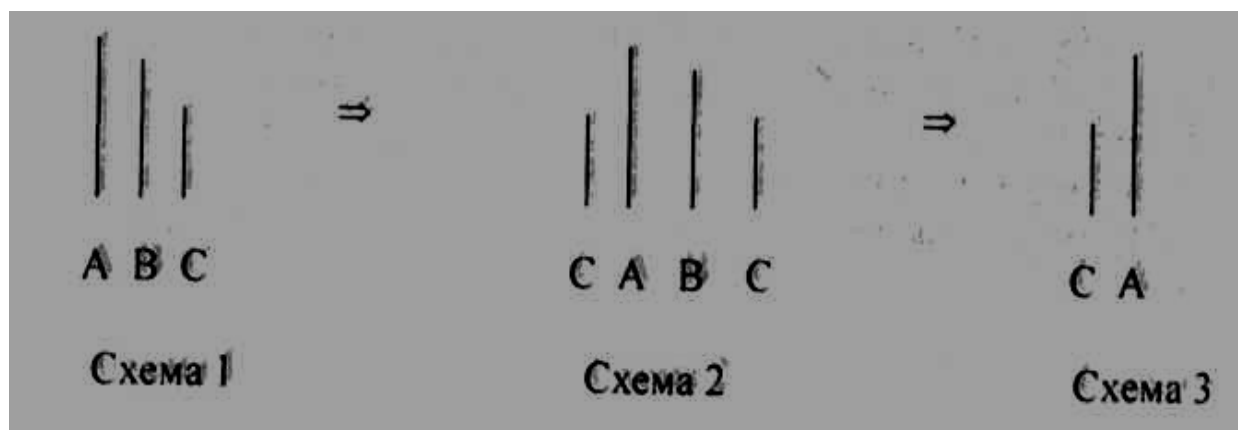
1. Версия:

- Вася выше Пети, а Петя выше Коли, значит Вася выше Коли.
- Петя ниже Васи, а Коля еще ниже Пети, значит Коля ниже Васи.
- В меньше А, а С еще меньше В, значит С меньше А.

2. Версия:

$A > C$. Если бы $A < C$, то такого не может быть.

3. Версия:



При переходе от схемы 1 к схеме 2 предлагается обоснование: отрезки, обозначающие величины А и С расположены через один, а буквы А и С в формуле - рядом, поэтому перенесем отрезок С.

При переходе от схемы 2 к схеме 3 предлагается обоснование: отрезок, обозначенный буквой С, встречается два раза, уберем лишний.

4. Версия:

$$A > B, B > C \Rightarrow A > B > C \Rightarrow A > C$$

Для доказательства сотрем лишнее, обведенное пунктирной линией, и получим непосредственно ответ.

По результатам описанной пробы можно сделать следующий вывод.

Задача, может быть, и была решена на следующих уровнях:

1. Уровень представлений.

Следует отметить, что данная задача работает не с простым отражением реальной ситуации, а с необходимостью преобразования - исключение посредника.

То, что данное задание будет выполнено классом на уровне представлений, доказали предшествующие эксперименты (программа по математике, разработанная под руководством В.В. Давыдова). Наш замысел состоял в том, чтобы узнать, все ли первоклассники способны совместить мысленно два представления и исключить посредника.

На основании того, что задание было выполнено без ошибок (сделана только одна ошибка, которую можно считать случайной) и дети были уверены в своих ответах (в колонку 2 попал лишь один ответ), мы делаем вывод, что на уровне представлений это задание не является учебной задачей.

2. Уровень работы со схемами.

Важно отметить, что рассмотренные в версии 3 схемы (это уже не схемы объекта как, например, в ситуации часть - целое) выступают в функции модели.

Схема I является схемой - замещением с конструированием, которая отработывалась ранее, а такой ситуации, которая отражена в схемах 2 и 3, на самом

деле не было. В случаях, отраженных в схемах 2 и 3, происходит знаковое преобразование и строится знаковый объект.

3. Уровень полной замены натурального сравнения логическим рассуждением, формальным оперированием с буквенным материалом, что отражено в обосновании 4.

Зафиксируем тот факт, что во второй учебной четверти первоклассники могут построить знаковый объект, способны к мысленному преобразованию знака.